

# 連続桁中間支点部の 設計曲げモーメントに対する考察

## Consideration of the Design Bending Moment on the Intermediate Support of the Continuous Girder Bridge

高崎 一郎\* 能登 宥 愿\*\*  
Ichiro TAKASAKI Hiroyoshi NOTO

### Summary

The section on the intermediate support of the continuous steel girder bridge is designed to provide a negative bending moment, sharp in shape and very large in absolute value. Practically speaking, however, the bending moment generated in the actual structure is considered to be reduced by various kinds of structural conditions.

This report aims at clarifying these in order to use them in deciding the girder design and section, so as to minimize the total construction costs and to make a contribution toward more positive use of steel bridges.

### 1. まえがき

鋼橋に於ける連続桁の中間支点部の断面は、先鋭な曲げモーメントと最大せん断力で設計される。このため、時として中間支点部の主桁断面は支間部と比べて、所要桁高が高くなり、桁高を変化させた変断面の桁を必要とすることがある。また一方、一定桁高の場合には、全体として桁高が高く、鋼重、架設、取付け道路部への影響など、不経済となることがある。

この支点部に於ける計算上の先鋭な曲げモーメントに対して、はたして実際の構造物にこのような曲げモーメントが生ずるのか、考えてみる必要がある。道路橋示方書・IIIコンクリート橋編<sup>1)</sup>では、この点について範囲を限定して、低減を認める設計曲げモーメント式を与えている。

道路橋示方書・II鋼橋編<sup>2)</sup>では、支点部の曲げモーメントの低減に触れていない。

そこで、桁高決定を支配する中間支点部の曲げモーメントに、支持部の幅、支持方法、桁高等がどのような影響を与えるかを検討し、できれば曲げモーメントの低減を考慮した簡易式の提案を試みたいと考えている。

解析には有限要素法（以後FEMと称す）を使用する。

式の一つである2径間連続板桁とし、支間は60mに固定する。（図-1）

I型桁は腹板を平面要素とし、上下フランジ、荷重位置鉛直補剛材を棒要素とする平面内構造物としてモデル化する。

荷重の載荷は集中荷重と等分布荷重とし、前者は端支点から0.6  $l$  (=36.0m) に  $P=75.0$  t を載荷し、後者は集中荷重による支点曲げモーメントに等しい曲げモーメントが生ずるような等分布荷重 ( $q=1.920$  t/m) を主桁全長に亘って載荷した。

この支点部曲げモーメントに対する桁高、支持部の幅、支持条件の影響等をみるために、下記のパラメータを設定した。

- ① 桁高の支間に対する比 ( $h/l$ )  
: 2/60, 2.5/60, 3/60, 3.5/60
- ② 支持部の半幅の桁高に対する比  
: 0.0857, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3
- ③ 中間支点の支持条件  
: 全幅支持と周辺幅(100mm)のみ支持  
即ち、後者は中心部の下フランジと支持部の間に隙間を有する。（表-1）

### 2. I型桁の解析

対象とする構造形式は、一般的でかつ最も基本的な形

\* 技術本部設計部長

\*\* 技術本部設計部設計第二課課長代理

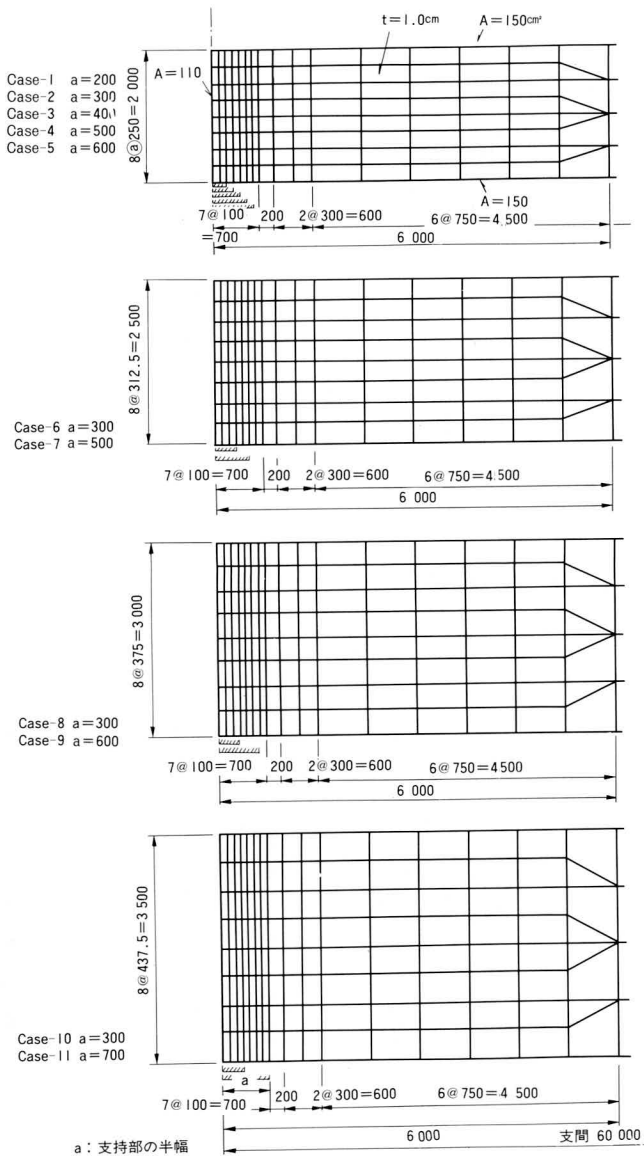


図-1 構造モデル

### 3. 解析結果と考察

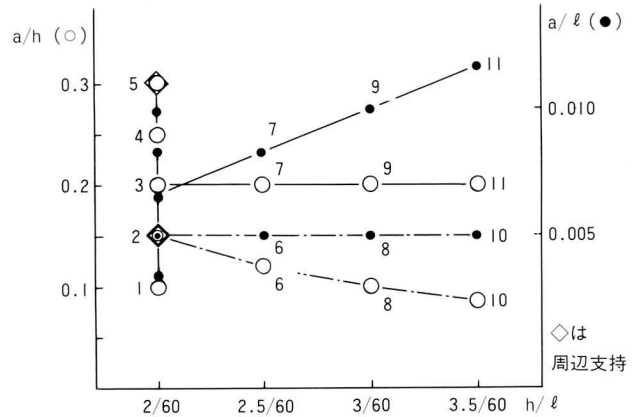
最初に等分布荷重と集中荷重による曲げ応力度を比較し、さらに設計荷重の特性を調べ、載荷荷重を決定する。

次に、我々が設計で用いている梁理論とFEM解析による曲げ応力度の性状を調べ、比較し、梁理論の意味をも確認する。

三番目に、支点曲げモーメントが桁高、支持部の幅、支持条件等により、どのような影響を受けるかを調べる。

四番目に、支点近傍の上下フランジの曲げ応力度が桁高、支持部の幅、支持条件等によって、どのような応力

表-1 構造ケース



	$l$	$h$	$a$	$h/l$	$a/h$	$a/l$	備考
case-1	60.0	2.0	0.2	2/60	0.1	0.00333	
2	"	"	0.3	"	0.15	0.005	case-2は周辺支持
3	"	"	0.4	"	0.2	0.00667	
4	"	"	0.5	"	0.25	0.00833	
5	"	"	0.6	"	0.3	0.01	case-5は周辺支持
6	"	2.5	0.3	2.5/60	0.12	0.005	
7	"	"	0.5	"	0.2	0.00833	
8	"	3.0	0.3	3/60	0.1	0.005	
9	"	"	0.6	"	0.2	0.01	
10	"	3.5	0.3	3.5/60	0.0857	0.005	
11	"	"	0.7	"	0.2	0.0117	

特性を示すかを調べる。

五番目に、支点近傍の主応力の状態を調べ、乱れの理由を知る。

六番目に、腹板のせん断応力度分布を調べ、特異点の確認を行う。

最後に、全体的な考察を行い、設計への提案を検討する。

#### (1) 梁理論とFEM解析による曲げ応力度

##### (a) 等分布荷重と集中荷重による応力度

等分布荷重と集中荷重による曲げ応力度 (case-2) について、梁理論との応力比 ( $\sigma_{FEM}/\sigma_{BEAM}$ ) で比較する。図-2で示すように桁長方向に全体に等分布荷重の応力比が小さめで、その値は上フランジで0.1~0.3%、下フランジで0.2~0.5%程度である。しかし、有意な差はない。

一方、支点部の曲げモーメントの先鋭度は集中荷重に比べて、等分布荷重の場合が大きい。また設計曲げモーメントに於ける荷重の比率は集中荷重に比べて、等分布荷重がはるかに大きい。

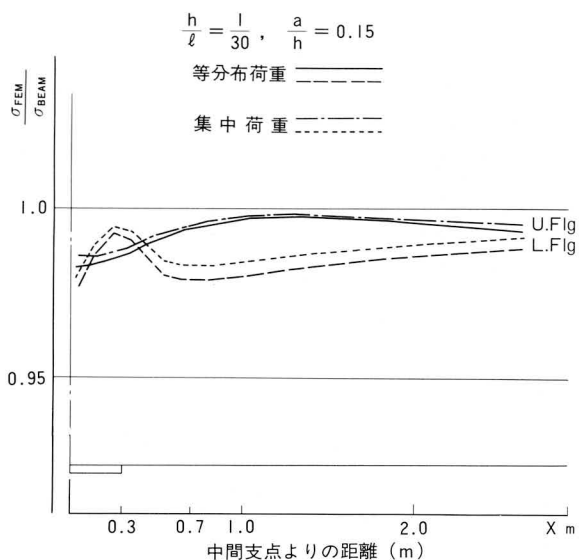


図-2 等分布荷重と集中荷重による応力 case-2

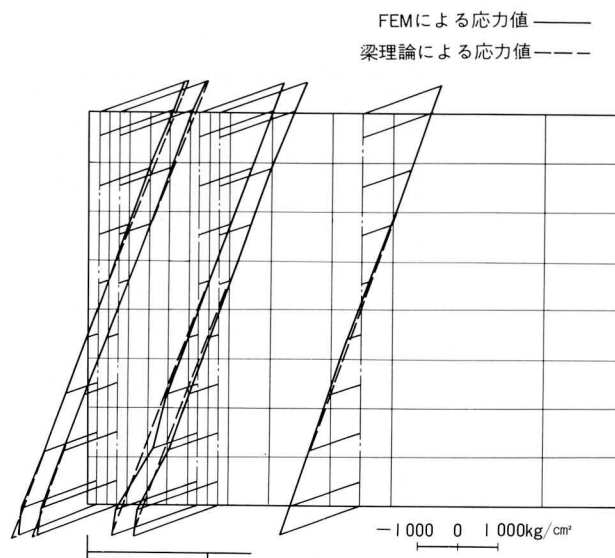


図-3(b) 等分布荷重によるFEM応力値と梁理論による応力値 case-5

従って以後の解析は、原則として荷重を等分布荷重の場合とする。

注) 梁理論による曲げ応力度  $\sigma_{BEAM}$  とは、部材の断面が平面保持をするという仮定 (いわゆるベルヌーイ・オイラーの仮定) のもとに計算される応力度である。

(b) FEM解析、梁理論による曲げ応力度の分布 case-2 (図-3(a))の支持部中心では、上フランジのFEMによる曲げ応力度は梁理論による値よりも1.8%程小さく、下フランジも同様に2.3%程小さい。また下

フランジ側の支点部直上のウェブの曲げ応力度はFEM値の方が7.3~9.8%程大きく、支持部で突き上げられているためであろう。しかし、中立軸に向かってこの値は反転し、中立軸では殆ど差がない。

また、支持部中心から端支点側に桁高分程度移動した位置では、曲げ応力分布は良く一致している。

case-5 (図-3(b))の支持部中心では、FEMによる値は梁理論による値よりも、上フランジ、下フランジで各々3.2, 6.3%小さく、減少率はcase-2より大きい。また支持部直上のウェブの応力分布の増減もcase-2より大きい。

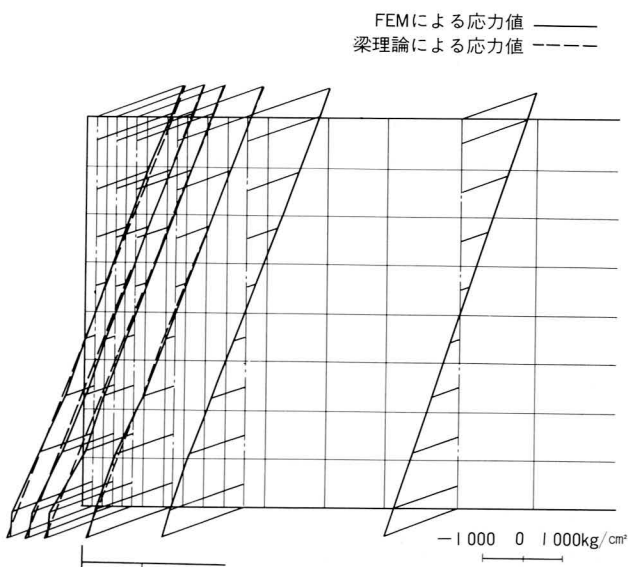


図-3(a) 等分布荷重によるFEM応力値と梁理論による応力値 case-2

## (2) 桁高、支持部の幅、支持条件等の支点曲げモーメントへの影響

### (a) 2種類の支持幅に対する桁高変化の支点曲げモーメントへの影響

支持部の半幅  $a = 300\text{mm}$  の場合、この支持幅の範囲では、桁高が低いほど曲げモーメントの減少(1.2~2.0%)がみられる。支持部直上から離れるに従って、支持幅の範囲とは逆に、桁高が高いほど曲げモーメントの減少が大きい。そしてこの減少量は、桁長方向に桁高分以上離れても1%前後存在する。梁理論の値に対するこの減少量は支持幅の影響とは考えられず、また桁高の影響を受けているので、ディープビームとしての性状とみられる。

(図-4(a))

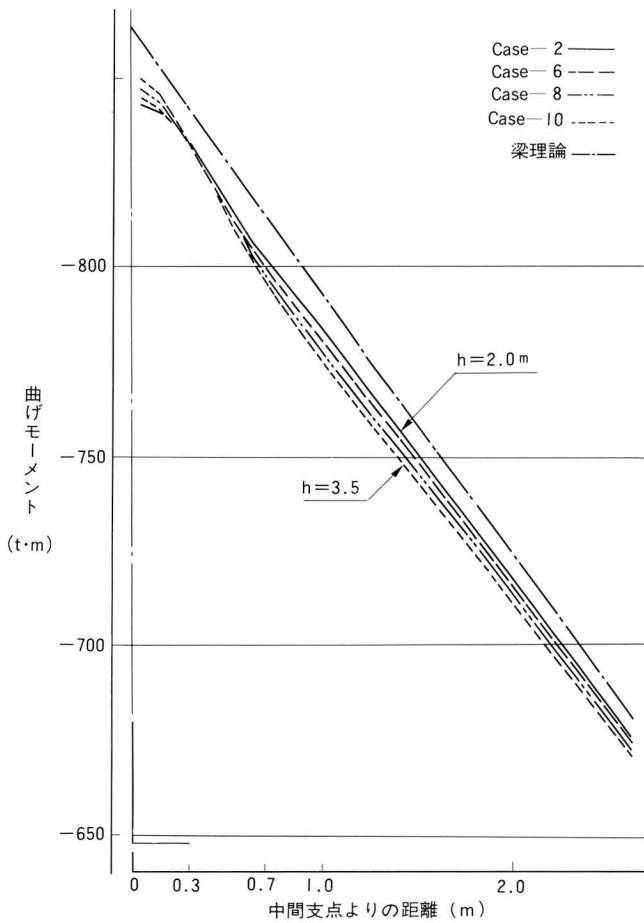


図-4(a) 桁高変化による支点部曲げモーメント, a=300mm

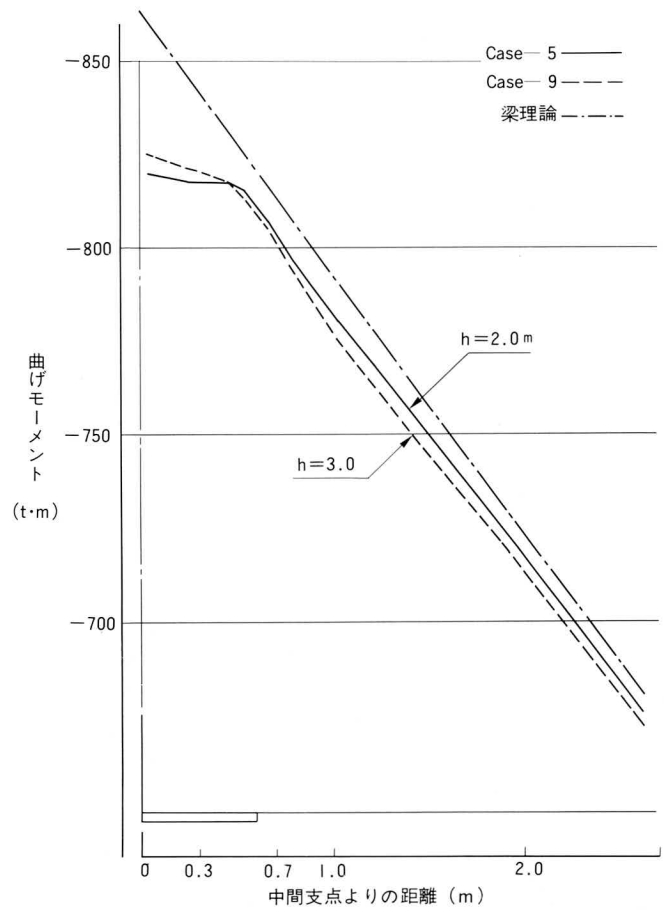


図-4(b) 桁高変化による支点部曲げモーメント, a=600mm

支持部の半幅600mmの場合、450mmの範囲では桁高が低いほど曲げモーメントの減少(4.2~4.8%)がみられ、a=300mmに比べて減少量が2倍以上である。支持部直上から離れるに従って、逆に桁高が高いほど曲げモーメントの減少がみられ、a=300mmの場合とほぼ一致する。これが、前述した支持部の幅に影響されないといった根拠である。(図-4(b))

注) FEMによる曲げモーメントは次式とする。

$$M = \frac{\sigma_u + \sigma_l}{2} \cdot W \quad (1)$$

但し  $\sigma_u, \sigma_l$  : 上下フランジの曲げ応力度

W : 主桁断面の断面係数

(b) 2種類の支持幅に対する支持条件の支点曲げモーメントへの影響

桁高2.0m ( $h/l = 2/60$ )で支持部の半幅300mmの場合は、支持部全体で支持するか、周辺部のみで支持するかにより、支持部範囲で曲げモーメントの減少量に差を生じる。支持部中心の曲げモーメントの減少量は、支持部と桁を密着した場合、梁理論の2%、支持部の周辺のみを密着

した場合は3.2%程となっている。周辺部のみを密着した方が曲げモーメントの減少量が多い。支持範囲を超えれば、両者に差はなく、また梁理論の曲げモーメントとほぼ一定の差となっている。

桁高2.0m ( $h/l = 2/60$ )で支持部の半幅が600mmの場合は、支持部より少し狭い500mmの範囲まで、周辺支持の方が曲げモーメントの減少が多い。支持部中心の曲げモーメントの減少量は支持部全体を密着した場合、梁理論の4.7%、周辺部のみを密着した場合5.5%程となり、a=300mmの約2倍となっている。支持部を超えて支持部中心から800mm以降ではa=300mmの曲げモーメントと一致している。(図-5)

(3) 桁高、支持部の幅、支持条件による支点近傍の曲げ応力度の特性

(a) 支持部の幅を一定(a=300mm)にして、桁高を変化させた場合、支点部の曲げ応力度に与える影響  
桁高比 $h/l$ を図-6に示すように $2/60 \sim 3.5/60$ に増大させた場合、支持部中心の上フランジの応力比( $\sigma_{FEM}/$

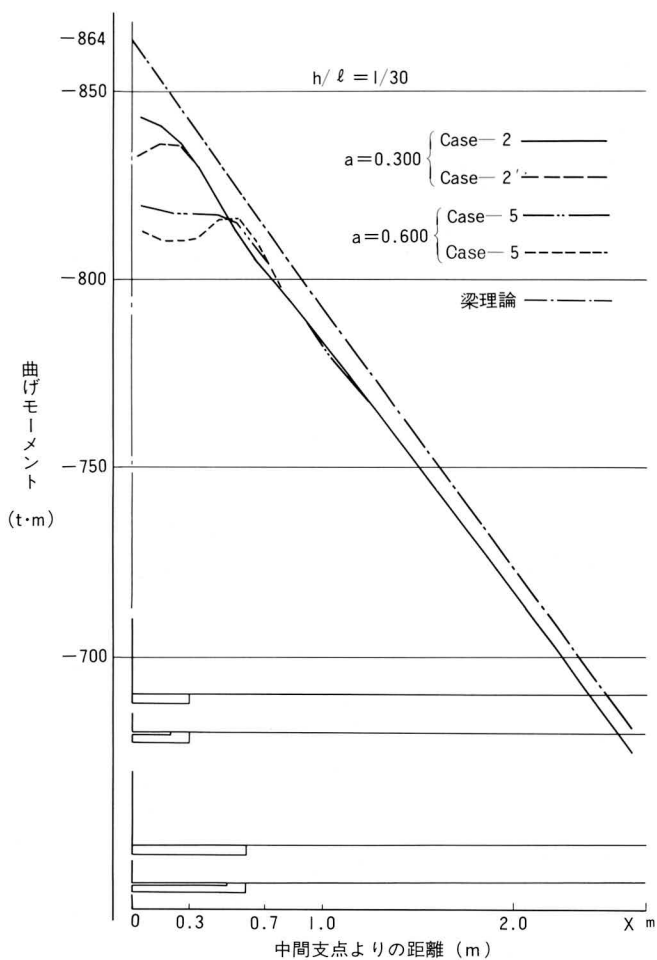


図-5 支持部の支持条件による支点部曲げモーメント

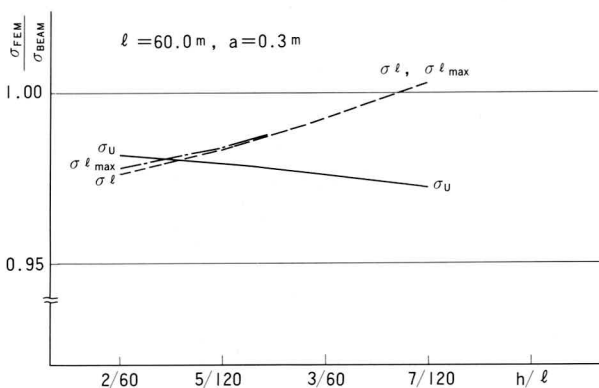


図-6 桁高が支点上の曲げ応力に与える影響

$\sigma_{BEAM}$ ) は 0.982~0.973に漸減している。支持部中心の下フランジの応力比は0.977~1.003に逆に増加している。下フランジでその変化が上フランジより顕著なのは、支持部の影響を下フランジがより受け易いからである。 $\sigma_{lmax}$ の応力比は、下フランジで最も応力比の大きい値(支持部中心に限らず、 $\sigma_{FEM}$ の絶対値の最も大きいものを支持

部中心の $\sigma_{BEAM}$ で除した値)を示しており、この場合は $\sigma$ (支持部中心での応力)の応力比と殆ど変わらない。

(b) 桁高比または支持幅比のどちらか一方のみを変化させた場合の曲げ応力度

桁高比を $h/l = 2/60$ にして、支持幅比 $a/h$ を0.1~0.3に変化させた場合、支持部中心の上フランジの応力比( $\sigma_{FEM}/\sigma_{BEAM}$ )は0.985~0.968に減少し、下フランジの応力比は0.991~0.937に大きく減少する。(図-7)

支持幅比を $a/h = 0.2$ にして、桁高比 $h/l$ を2/60、2.5/60、3/60、3.5/60に変化させた場合、上フランジの応力比は順次0.978、0.973、0.968、0.961に、下フランジの応力比は0.963、0.956、0.948、0.941に減少する。(図-7)

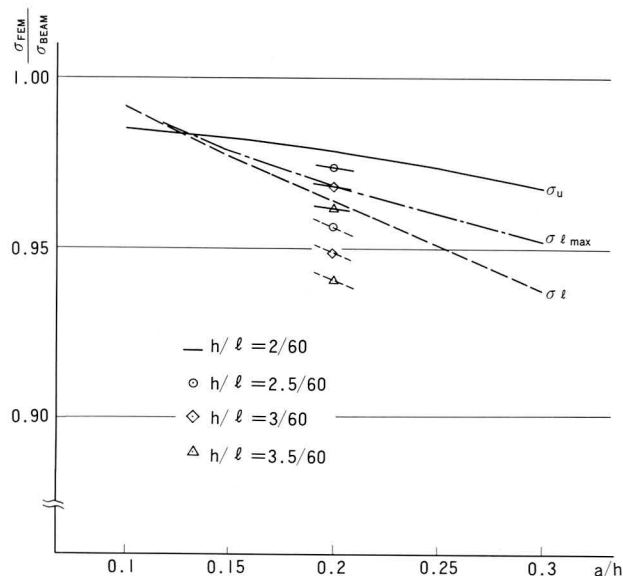


図-7 支持部の幅が支点上の曲げ応力に与える影響

(c) 桁高比と支持部の半幅を増加させた場合の曲げ応力度

桁高比 $h/l$ が2/60~3.5/60、支持部の半幅 $a$ が400~700 mmに増加した場合、上フランジの応力比( $\sigma_{FEM}/\sigma_{BEAM}$ )は0.979~0.962に減少している。下フランジの応力比は同様の変化に対して、0.963~0.940に大きく減少している。下フランジの応力比は(a)項に述べた桁高比の増加で増大していたものが、桁高比、支持幅の両方を増加させると反対に減少する。これは下フランジの応力度に与える支持幅の影響が非常に大きいことを示している。(図-8)

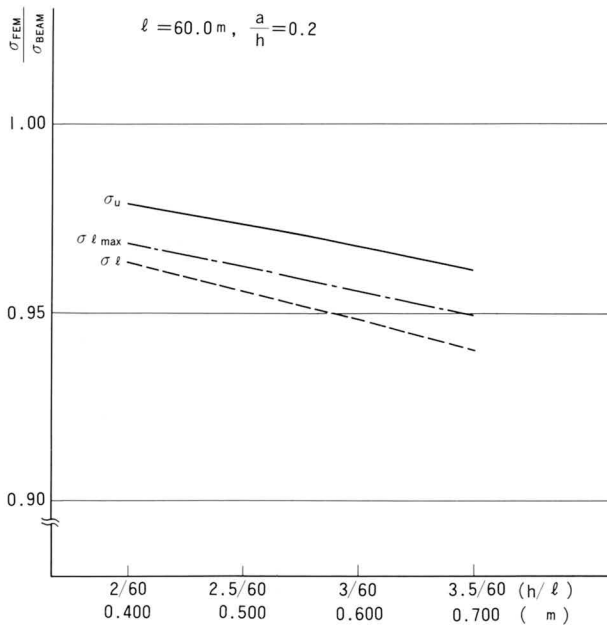


図-8 桁高比、支持幅と曲げ応力度

(d) 支持条件を変えた場合の支点近傍の曲げ応力度  
桁高比 $h/\ell$ が $2/60$ で支持部の半幅 $300\text{mm}$ の場合、支持部中心の応力比 ( $\sigma_{\text{FEM}}/\sigma_{\text{BEAM}}$ ) について述べる。

上フランジの応力比は、支持部全体で支持した場合 $0.983$ 、周辺部のみで支持した場合 $0.979$ と差が殆んどない。しかし、下フランジは前者で $0.977$ 、後方で $0.958$ と $2\%$ 程の差がある。

支持部周辺では、下フランジの応力比でも支持条件に関係せず、 $0.993$ 程度まで大きくなる。(図-9(a))

次に桁高比 $h/\ell$ が $2/60$ で支持部の半幅 $600\text{mm}$ の場合、支持部中心の応力比について述べる。

上フランジの応力比は、支持部全体で支持した場合 $0.968$ 、周辺部のみで支持した場合 $0.963$ と差がない。

下フランジの応力比は、前者で $0.937$ 、後方で $0.927$ となり、両者間で $1\%$ の差であるが、両者共梁理論と比べると $6\sim 7\%$ 程減少する。

支持部の周辺では、全体支持で $0.993$ 、周辺部支持で $0.998$ と共に梁理論の同じ位置での値に近似してくる。

下フランジの応力としては、全体支持で中心部が $-2200\text{kg}/\text{cm}^2$ 、周辺部で $-2233\text{kg}/\text{cm}^2$ 、周辺部支持で中心部が $-2176\text{kg}/\text{cm}^2$ 、周辺部で $-2245\text{kg}/\text{cm}^2$ である。梁理論による中心部の応力が $2347\text{kg}/\text{cm}^2$ であるので、この値を基準にすると、

各比率は順次、 $6.3, 4.9, 7.3, 4.3\%$ の減少である。

(図-9(b))

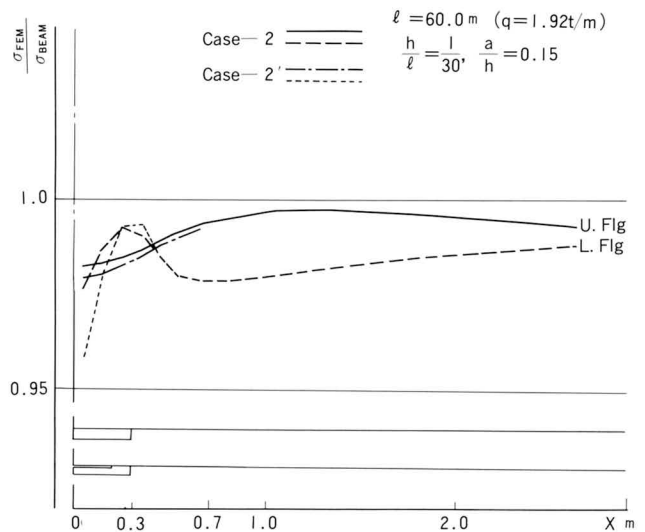


図-9(a) 支持条件による支点近傍の曲げ応力度,  $a=300\text{mm}$

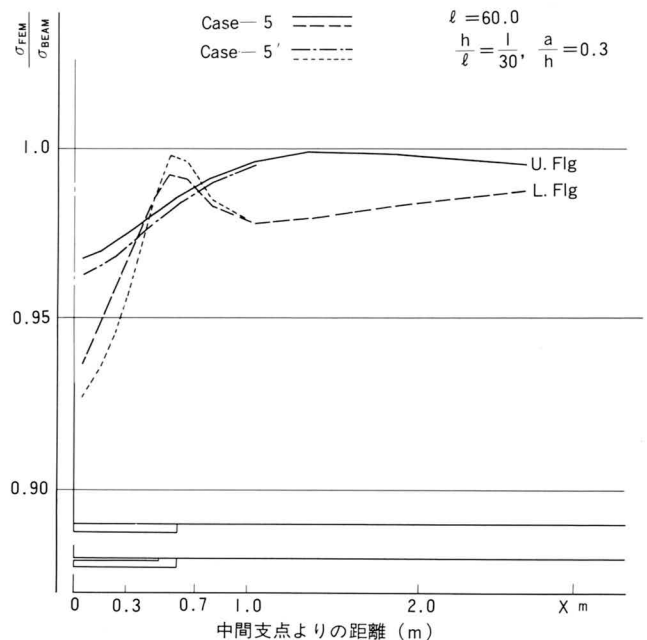


図-9(b) 支持条件による支点近傍の曲げ応力度,  $a=600\text{mm}$

#### (4) 腹板の支点近傍の主応力分布

腹板の主応力を桁高比 $h/\ell=2/60$ 、支持部の半幅 $a=300\text{mm}$ 、 $600\text{mm}$ の2ケースについて述べる。(図-10(a), (b))

上フランジ側の腹板の最大主応力は $a=300\text{mm}$ で $\sigma_t=2079\text{kg}/\text{cm}^2$ 、 $a=600\text{mm}$ で $\sigma_t=2030\text{kg}/\text{cm}^2$ で応力方向もほぼ桁軸方向である。FEMによる曲げ応力度は前者で $2007\text{kg}/\text{cm}^2$ 、後方で $1976\text{kg}/\text{cm}^2$ 、梁理論による値は $2053\text{kg}/\text{cm}^2$ (支持部の中心の応力)とどの値もある範囲で良く整合がとれている。

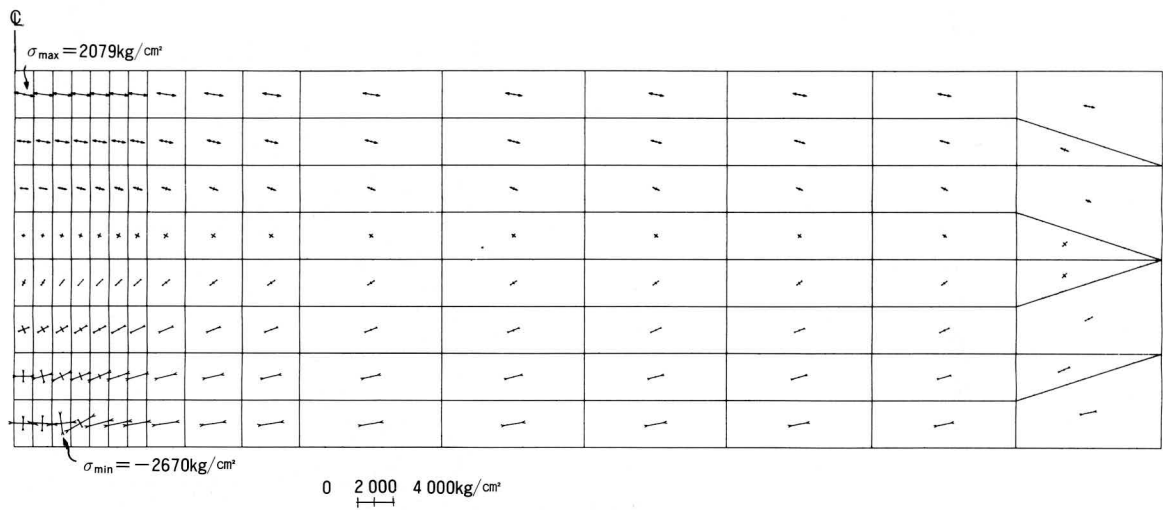


図-10(a) 腹板の支点近傍の主応力分布 Case-2

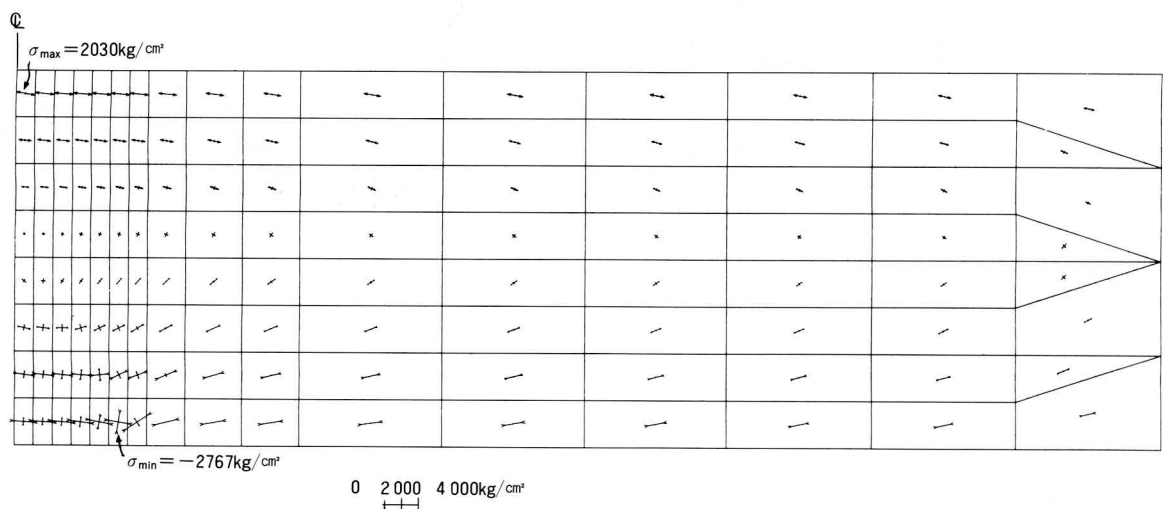


図-10(b) 腹板の支点近傍の主応力分布 Case-5

下フランジ側の腹板の最小主応力は  $a = 300\text{mm}$  で  $\sigma_c = -2670\text{kg/cm}^2$ 、 $a = 600\text{mm}$  で  $\sigma_c = -2767\text{kg/cm}^2$  で支持部を離れた直後で生じている。方向も中立軸の方向に向かって  $35^\circ$  位傾いており、非常に局所的な現象である。支間側に  $100\text{mm}$  離れた位置では、主応力方向がかなり桁軸方向に修正されている。

この局所的な乱れは、支持 端部に大きな反力が生じこれにより、桁高方向に圧縮応力が生じたためである。

#### (5) 腹板のせん断応力分布

腹板のせん断応力分布を桁高比  $h/l = 2/60$ 、支持部の

半幅  $a = 600\text{mm}$  のケースについて述べる。(図-11)

支持部中心では梁理論のせん断応力と大いに異なり、せん断応力の方向が桁高方向で反転している。これが支間側に桁高くらい離れると、桁高方向に放物線 ( $\tau = 400\text{kg/cm}^2$ ) となり、梁理論 ( $\tau = 379\text{kg/cm}^2$ ) に近似してくる。しかし、この変化の過程の支持端部の直後の腹板下端で  $\tau_{\min} = -981\text{kg/cm}^2$  という絶対値の非常に大きな応力が発生する。これは支持部中心の腹板高中央の梁理論の値の約2.5倍である。これは非常に局所的な応力であり、また支持が実橋と異なり節点であることも、この応力を助長していると思われる。設計にあたっては、局所的ではあ

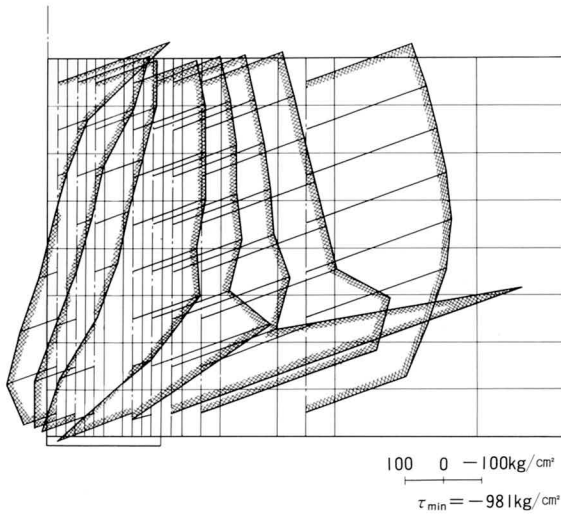


図-11 せん断応力 case-5

るが充分留意する必要があると思われる。

### (6) 曲げモーメントに対する近似式

#### (a) 連続桁中間支点上の設計曲げモーメント式

設計パラメータを種々変化させて、下記に示す設計曲げモーメント式を満たす反力分布角 ( $\theta^\circ$ ) をグラフに示すと図-12のようになる。支持部は全面支持として、各桁高支間比  $h/l$  に対し  $a/h - \theta$  の直線をひくと、各直線が

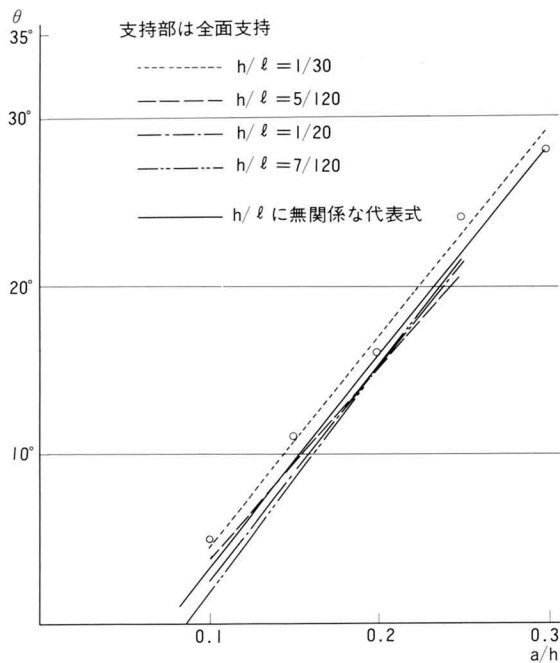


図-12 支持幅桁高比—反力分布角度 ( $a/h - \theta$ )

重複した形となり、近似的に  $h/l$  に無関係な  $a/h - \theta$  の直線が求まる。

$$M_s = M - \frac{R}{b} \cdot \frac{b^2}{8} \quad (2)$$

$$b = 2a + 2 \times \frac{h}{2} \tan \theta \quad (3)$$

$$\theta^\circ = 123.9 \times \frac{a}{h} - 9.2 \quad (4)$$

ここに、

$M_s$  : 中間支点上の設計曲げモーメント ( $t \cdot m$ )

$M$  : 骨組解析時の中間支点上の曲げモーメント ( $t \cdot m$ )

$R$  : 中間支点の反力 ( $t$ )

$a$  : 支持部の半幅 (m)

$h$  : 桁高 (m)

$\theta$  : 鉛直軸からの反力分布角度 ( $^\circ$ )

$b$  : 桁高中央での反力分布幅 (m)

#### (b) 中間支点上の曲げ応力度

設計パラメータを種々変化させて、下フランジから中立軸までの、みかけの距離をグラフに示すと図-13のようになる。支持部は全面支持として、各桁高支間比  $h/l$  に対し  $a/h - \frac{y_e}{h/2}$  の直線をひくと、各直線が一点で交叉して重なりあう。そこで近似的に  $h/l$  に無関係な  $a/h - \frac{y_e}{h/2}$  の直線が求まる。

このみかけの下フランジ側縁維距離  $y_e$  と設計曲げモーメント  $M_s$  と断面二次モーメントより下フランジ曲げ応力度を求めると、

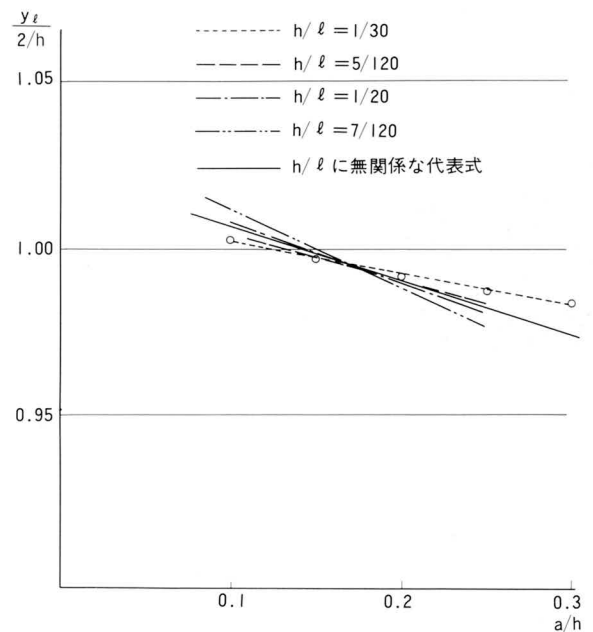


図-13 支持幅桁高比—縁維距離桁高比 ( $a/h - \frac{y_e}{h/2}$ )



$$\frac{y_e}{h/2} = -0.1591 \times \frac{a}{h} + 1.0227$$

ここに、

$y_e$  : 下フランジ側縁維距離 (m)

$h$  : 桁高 (m)

$a$  : 支持部の半幅 (m)

#### 4. まとめ

連続桁の中間支点部の力学的挙動、応力特性について次のことが言える。

(a) 中間支点部の断面を決定する曲げモーメントは桁高が低いほど梁理論に対する減少量が多い。しかし、その差は顕著ではない。

(b) 中間支点部の曲げモーメントは支持部の幅による影響を最も受ける。 $h/l=2/60$ の場合、その半幅が300~600mmで減少量は梁理論の2~4.8%になる。これを曲げ応力度でみると、上フランジで1.7~3.2%、下フランジで2.3~6.3%位になる。

(c) 支持部中心の曲げモーメントの梁理論に対する減少量は、支持部を桁と密着した場合と、支持部の周辺部のみを密着した場合とでは、後者の方が大きい。故に前者の方で考えておけば、設計上安全側となる。

(d) 設計曲げモーメント、曲げ応力度は各々、反力分布角 ( $\theta$ )、下フランジ側縁維距離 ( $y_e$ ) の2式を作成することにより求めた。

(e) 支持部から桁高分位離れた位置のせん断応力は梁理論の放物線分布の値と良く一致している。しかし、支持端部の直後の腹板下端で大きなせん断応力が発生する。これについては、設計時に充分留意する必要がある。

#### 5. あとがき

今回、支間60mを固定にして、パラメータ解析をした結果、中間支点部の曲げモーメントの減少を含むいくつかの特性が把握できた。しかし、この結果により一層一般性をもたせるには他の1, 2の支間についても検証する必要があると思われる。今後、この検討を行っていくつもりである。

本検討で行った平面有限要素法解析は、日本電子計算(株)科学技術事業部の汎用プログラム「MSC/NASTRAN」を使用した。

#### 〈参考文献〉

- 1) 日本道路協会；道路橋示方書・同解説・IIIコンクリート橋編改訂2次案、昭和62年3月
- 2) 日本道路協会；道路橋示方書・同解説・II鋼橋編、昭和55年2月